Universidade do Minho
Licenciatura em Engenharia Biomédica
Disciplina de Multimédia
Trabalho de nº 1: Familiarização com o MATLAB

Março de 2006

1 Introdução

O objectivo deste trabalho é os alunos ganharem competências básicas no MatLab. A sua avaliação será feita com base no relatório com os exercícios resolvidos e fundamentalmente por uma avaliação prática individual de execícios similares realizada numa das aulas teórico-práticas. Serão usadas duas aulas para os alunos atingirem estas competências, mas será necessária realizar grande parte do trabalho em casa.

2 Sintaxe Básica e Exercícios de Comandos de Linha

Os exercícios seguintes estão concebidos para serem respondidos por um único comando MatLab. O comando pode envolver a chamada de funções mas em essência é resolvido por uma única linha no MatLab. Se o achar demasiado complicado pode usar vários comandos.

1. Crie um vector com todos os inteiros entre 31 e 75.
2. Seja x = [2 5 1 6].
   (a) Some 16 a cada elemento.
   (b) Some 3 aos elementos de índice ímpar.
   (c) Calcule a raiz quadrada de cada elemento.
   (d) Calcule o quadrado de cada elemento
3. Seja x = [3 2 6 8]' y = [4 1 3 5]' (x e y são vectores coluna).
   (a) Adicione a soma dos elementps em x a y
   (b) Eleve cada elemento de x à potência especificada pelo correspondente elemento em y.
   (c) Divida cada elemento de y pelo correspondente elemento de x.
   (d) Multiplique cada elemento de y pelo correspondente elemento de x e chame ao resultado z.
   (e) Adicione os elementos em z e atribua o resultado a uma variável w.
   (f) Calcule x'*y-w e interprete o resultado.
4. Calcule as seguintes expressões MATLAB manualmente e use o MATLAB para verificar os resultados.
   (a) $2/2*3$
   (b) $6-2/5+7^2-1$

(c) $10/2\ 5 - 3 + 2 * 4$

(d) $3^2/4$

(e) 3^{2^2}

(f) $2 + round(6/9 + 3 * 2)/2 - 3$

(g) $2 + floor(6/9 + 3 * 2)/2 - 3$

(h) $2 + ceil(6/9 + 3 * 2)/2 - 3$

5. Crie um vector x com os elementos ...

   (a) 2, 4, 6, 8, ...

   (b) 10, 8, 6, 4, 2, 0, -2, -4

   (c) 1, 1/2, 1/3, 1/4, 1/5, ...

   (d) 0, 1/2, 2/3, 3/4, 4/5, ...

6. Crie um vector x com os elementos ...

   $x_n = (-1)n + 1/(2n - 1)$

   Some os elementos da versão deste vector que tem 100 elementos.

7. Escreva as expressões MATLAB que

   (a) calcule o comprimento ha hipotenusa dum triângulo rectãngulo dados os comprimentos dos lados (tente fazê-lo para um vector de comprimentos de lados).

   (b) calcule o comprimento do terceiro lado de um triângulo dados os comprimentos dos outros dois lados, dada a regra do coseno
   $c^2 = a^2 + b^2 - 2(a)(b)cos(t)$
   onde t é o ângulo entre os dois lados.

8. Dado um vector,t, de comprimento n, escreva as expressões MatLab que calculem o seguinte:

   (a) $ln(2 + t + t^2)$

   (b) $e^{t(1+cos(3t))}$

   (c) $cos^2(t) + sin^2(t)$

   (d) $tan^{-1}(t)$ (esta é a função inversa da tangente)

   (e) $cot(t)i$

   (f) $sec^2(t) + cot(t) - 1$

   Verifique que a sua solução funciona para t = 1:0.2:2

9. Grafique as funções x, x^3, e^x e e^{x2} no intervalo 0 < x < 4 ...

   (a) Num papel rectangular

   (b) Num papel semi-logaritimco (logaritmo no eixo dos y)

   (c) Num papel logaritmico

   Assegure o uso dum conjunto apropriado de valores para obter um conjunto de curvas suaves.

10. Faça um gráfico de qualidade da função

    $f(x) = sin(1/x)$

    para 0.01 < x < 0.1. Como criar o x de forma ao desenho ser bom?

11. Em coordenadas polares (r,t) a equação duma elipse com um dos seus focos na origem é
    $r(t) = a(1 - e^2)/(1 - e * cos(t))$
    one a é o tamanho do semi-eixo maior (ao longo do eixo dos x) e e é a ecentricidade. Desenhe as elipses usando esra fmula assegurando que as curvas são suaves seleccionando o conjunto adequado de pontos na coordenada angular. Use o comando axis equal para estabelecer a relação entre os eixos para ver as elipses.

12. Desenhe a expressão (determinada na modelação do crescimento da população dos EUA)
    $P(t) = 197,273,000/(1 + e^{-0.0313}(t - 1913.25))$
    Onde t é a data, em anos AD, usando t=1790 a 200. Qual é a população predita para o ano 2020?

3 Exercícios Básicos de Vectores e Matrizes

1. Dado x = [3 1 5 7 9 2 6], explique o que os seguintes comandos significam e apresente o seu resultado.
   (a) x(3)
   (b) x(1:7)
   (c) x(1:end)
   (d) x(1:end-1)
   (e) x(6:-2:1)
   (f) x([1 6 2 1 1])
   (g) sum(x)

2. Dada a matriz A = [2 4 1 ; 6 7 2 ; 3 5 9], escreva os comandos necessários para
   (a) Atribuir a primeira fila de A ao vector chamado x1
   (b) Atribuir as duas últimas colunas a uma matriz chamada y
   (c) Somar os elementos das colunas de A
   (d) Somar os elementos das filas de A
   (e) Calcular o desvio padrão da média das colunas de A.

3. Dados os vectores x = [1 4 8], y = [2 1 5] e a matriz A = [3 1 6 ; 5 2 7], determine quais dos seguintes comandos executam correctamente e apresente o resultado. Para os que não executam correctamente apresente a razão. Usar o comando whos pode ajudar.
   (a) x + y
   (b) x + A
   (c) x' + y
   (d) A - [x' y']

x ; y'

x ; y

   (e) A - 3

4. Dada a matriz A = [2 7 9 7 ; 3 1 5 6 ; 8 1 2 5], explique o resultado dos seguintes comandos:
   (a) A'
   (b) A(:,[1 4])

(c) A([2 3],[3 1])

(d) reshape(A,2,6)

(e) A(:)

(f) flipud(A)

(g) fliplr(A)

(h) $[AA(end, :)]$

(i) A(1:3,:)

(j) $[A; A(1:2, :)]$

(k) sum(A)

(l) sum(A')

(m) sum(A,2)

(n) $[[A; sum(A)][sum(A, 2); sum(A(:))]]$

5. Dada a matriz A do problema anterior escreva o comando que

   (a) Atribui as colunas pares de A a uma matriz B

   (b) Atribui as filas ímpares de A a uma matriz chamada C

   (c) Converta A numa matriz 4x3

   (d) Calcule o recíproco de cada elemento de A

   (e) Calcule a raiz quadrada de cada elemento de A

6. Dado o seguinte comando para criar uma matriz F.

```
>> randn('seed',123456789)
>> F = randn(5,10);
```

   (a) Calcule a média de cada coluna e atribua os elementos a um vector chamado media.

   (b) Calcule o desvio padrão de cada coluna e atribua os resultados aos elementos de um vector chamado s.

   (c) Calcule o vector de t-scores que testam a hipótese que a média de cada coluna não é diferente de zero.

   (d) Se Pr(|t| $>$ 2.132) = 0.1 com 4 graus de liberdade, há algum dos valores médios do vector media estatiscamente diferente de o?

4 Operadores Relacionais e Lógicos

1. Dado que x = [1 5 2 8 9 0 1] e y = [5 2 2 6 0 0 2], execute e explique os resultados dos seguintes comandos:

   (a) x $>$ y

   (b) y $<$ x

   (c) x == y

   (d) x $<=$ y

   (e) y $>=$ x

   (f) x | y

   (g) x & y

   (h) x & (y)

(i) (x > y) | (y < x)
(j) (x > y) & (y < x)

2. Os exercícios que se seguem mostram técnicas de indexação lógica (com vectores 0-1). dados x=1:10 e y = [3 1 5 6 8 2 9 4 7 0], execute e interprete os resultados dos seguintes comandos:

   (a) (x > 3) & (x < 8)
   (b) x(x > 5)
   (c) y(x <= 4)
   (d) x((x < 2) | (x >= 8))
   (e) y((x < 2) | (x >= 8))
   (f) x(y < 0)

3. A introdução de tipos lógicos de dados na v5.3 forçou algumas mudanças no uso de vectores não lógicos 0,1 como índices para subscritping. Pode-se observar as diferenças executando os comandos seguintes que tentam extrair os elementos de y que correspondem quer a elementos ímpares odd(a.) ou pares (b) de x:

   (a) y(rem(x,2)) vs. y(logical(rem(x,2)))
   (b) y(rem(x,2)) vs. y(logical(rem(x,2)))

4. Dados x = [3 15 9 12 -1 0 -12 9 6 1], escreva os comandos que

   (a) ... coloque a zero os valores positivos de x
   (b) ... coloque a três qualquer múltiplo de 3 (a função rem ajuda)
   (c) ... muliplique os valores pares por 5
   (d) ... extraia os valores maiores de 10 para um vector y
   (e) ... coloque os valores de x acima da média para a sua diferença para a média

5. Crie um vector x = randperm(35) e a seguir avalie a seguinte instrução usando apenas indexação lógica.

```
y(x) = 2          if x < 6
     = x - 4      if 6 <= x < 20
     = 36 - x    if 20 <= x <= 35
```

   Pode verificar a sua resposta fazendo o gráfico y versus x com símbolos. A curva deve ter uma forma triangular, sempre acima de zero e com um valor máximo de 16. Pode ser também útil colocar o x a 1:35. Usar vários passos numa file M é o recomendado para este problema.

5 Controlo de Fluxo: blocos IF

Para cada uma das seguintes questões, avalie os fragmentos de código MatLab dados para cada caso indicado. Use o MatLab para verificar as suas respostas.

1.
```
if n > 1              a. n = 7   m = ?
   m = n+1            b. n = 0   m = ?
else                  c. n = -10 m = ?
   m = n - 1
end
```

2.
```
if z < 5              a. z = 1    w = ?
      w = 2*z            b. z = 9    w = ?
   elseif z < 10         c. z = 60   w = ?
      w = 9 - z          d. z = 200  w = ?
   elseif z < 100
      w = sqrt(z)
   else
      w = z
   end
```

3.
```
 if T < 30            a. T = 50    h = ?
      h = 2*T + 1        b. T = 15    h = ?
   elseif T < 10         c. T = 0     h = ?
      h = T - 2
   else
      h = 0
   end
```

4.
```
 if 0 < x < 10            a. x = -1   y = ?
      y = 4*x                b. x = 5    y = ?
   elseif 10 < x < 40        c. x = 30   y = ?
      y = 10*x               d. x = 100  y = ?
   else
      y = 500
   end
```

Escreve scripts curtas para avaliar as funções seguintes. Se começar cada script com um pedido de entrada, será capaz de testar se o seu código dá resultados correctos.

1.
```
h(T) = T - 10         when 0 < T < 100
      = 0.45 T + 900  when T > 100

 Test cases:  a. T = 5, h = -5
              b. T = 110, h = 949.5
```

2.
```
f(x) = -1      if x < 0
      = 0       if x = 0
      = 1       if x > 0
```

Compare os seus resultados com a função sign do MatLab.

3.
```
 t(y) = 200                        when y is below 10,000
       = 200 + 0.1 (y - 10,000)     when y is between 10,000 and 20,000
       = 1,200 + 0.15 (y - 20,000)  when y is between 20,000 and 50,000
       = 5,700 + 0.25 (y - 50,000)  when y is above 50,000

 Test cases:  a. y = 5,000   t = 200
              b. y = 17,000  t = 900
              b. y = 25,000  t = 1,950
              c. y = 75,000  t = 11,950
```

4. Explique porque o bloco if seguinte não poderia ser uma solução correcta para o exercício anterior.

```
if y < 10000
   t = 200
elseif 10000 < y < 20000
   t = 200 + 0.1*(y - 10000)
elseif 20000 < y < 50000
   t = 1200 + 0.15*(y - 20000)
elseif y > 50000
   t = 5700 + 0.25*(y - 50000)
end
```

6 Ciclos: for e while

1. Dado o vector x = [1 8 3 9 0 1], crie um pequeno conjunto de comandos que

   (a) Some o valor dos elementos. Verifique com sum.

   (b) Calcule a soma de *running* . Para o elemento j a soma de running é a soma de todos elementos de 1 a j inclusivé. Verifique com cumsum.

   (c) Calcule o sin dos valores de x dados (num vector)

2. Crie uma matriz mxn de números aleatórios (use rand). Percorra a matriz elemento a elemento, e coloque qualquer valor que seja inferior a 0.2 a 0 e qualquer valor superior a 1.

3. Dado x = [4 1 6] e y = [6 2 7], calcule as seguintes matrizes

   (a) $a_{ij} = x_i * y_j$

   (b) $b_{ij} = x_i/y_j$

   (c) $c_i = x_i * y_i$, Depois some os lementos de c.

   (d) $d_{ij} = xi/(2 + xi + yj)$

   (e) e_{ij} = o recíproco do menor entre x_i and y_j ans.

4. Escreva uma script que use o gerador de números aleatórios rand para determinar o seguinte:

   (a) O número de números aleatórios para se atingir uma soma de 20 ou superior.

   (b) O número de números aleatórios para aparecer um valor entre 0.8 e 0.85.

   (c) O número de números aleatórios necessários para a sua média estar entre 0.01 e 0.5.

   Será suposto correr várias vezes a sua script por estar a trabalhar com números aleatórios. Pode prever algum dos valores descritos?

5. Escreva uma script que pede uma temperatura em graus Fahrenheit e converte para graus celsius. A script deve continuar a correr até não houver números para converter(a função is empty é útil aqui).

7 Exercícios de Programação

1. Calcule o valor de π usando a seguinte série

   $\frac{\pi^2-8}{16} = \sum_{n=1}^{\text{inf}} \frac{1}{(2n-1)^2(2n+1)^2}$

   Quantos termos são necessários para obter uma acurácia de e^{-12}? Quão precisa é a soma dos 100 termos da série?

2. Os números de Fibonacci são calculados de acordo com a seguinte relação:

   $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$

   com $F_0 = F_1 01$.

(a) Calcule os primeiros 10 números de Fibonacci.

(b) Para os primeiros 50 números de Fibonacci, calcule a relação

$_Fn/F_{n-1}$

Reclama-se que esta relação se aproxima da média de ouro ((1 + sqrt(5))/2). O que mostram os seus resultados?

3. Os polinómios de Legendre (Pn(x)) são definidos pela expressão

$(n+1)P_{n+1}(x) - (2n+1)P_n(x) + nP_{n-1}(x) = 0$

com $P_0(x) = 1$, $P_1(x) = x$ and $P_2(x) = (3x2-1)/2$. Calcule os próximos três polinómios de Legendre polynomials e grafique os 6 polinónmios no intervalo [-1,1].

4. O valor actual da anuidade pode ser calculada a partir da seguinte fórmula

$P = (A/i)[(1+i)n-1]/(1+i)n$

onde A é a aunidade (em Euros/ano), e i é taxa de juro anual (no formato decimal) e no é o número de anos durante os quais a anuidade é paga e P é o valor actual (E).

Exemplo de cáculo: i = 0.15 (15%), A = 100 E/ano and n = 10 anos then P = 501.88.

Se ganhar um milhão de euros no Totoloto e se lhe oferecerm a escolha entre 500 mil hoje ou 50 mil/ano durante 20 anos o que prefere? Pode assumir uma taxa de inflaxação de 5%.

5. Encontrei o seguinte algoritmo numa página web* para calcular pi:

(a) Coloque $a = 1, b = 1/sqrt(2), t = 1/4andx = 1$

(b) Repita os seguintes comandos até a diferença entre a e n estiver dentro da acurácia pretendida.

```
y = a
a = (a + b)/2
b = sqrt(b*y)
t = t - x*(y - a)^2
x = 2*x
```

(c) Dos valores resultantes de a, b e t, uma estimativa de π é

$Pi_{est} = ((a+b)^2)/(4*t)$

Quantas repetições são necessárias para estimar π com uma precisão de e^{-8} e e^{-12} ?

Compare o desempenho deste algoritmo com o do exercício 1.

*http://www.netcom.com/ hjsmith/Pi/Gauss_L.html

6. Escreva uma script que peça um inteiro n e calcule o seguinte com base no valor do inteiro:

Enquanto o valor de n é maior que 1, substitua o seu valor pela sua metade se inteiro for par. Caso contrário, substitua o inteiro com 3 vezes o seu valor mais um isto é $(3*n+1)$.

Conte o número de valores (ou o comprimento) da sequência resultante.

Exemplo de cálculo: se n=10, a sequência de inteiros é 5, 16, 8, 4, 2, 1 e comprimento é 6.

Faça um gráfico do comprimento da sequência que ocorre como uma função dos inteiros de 2 a 30. Por exemplo quando n=10, o comprimento é 6 enquanto quando n015, o comprimento é 17. Há algum padrão? Tente números maiores para verificar se ocorre algum padrão. Há algum inteiro para o qual a sequência não termine?

7. Escreva uma script ou função que converta um número romano para o seu equivalente em decimal. Há duas situações distintas para as quais o o seu programa deve estar concebido:

(a) O estilo antigo onde a ordem dos símbolos não é relevante. Neste caso, IX e XI significam ambos 10+1 ou 11. Deve ser capaz de manipular a tabela de conversão seguinte:

```
Roman          Decimal
  I               1
  V               5
  X              10
  L              50
  C             100
  D             500
  M            1000
```

(b) O estilo novo onde a ordem dos símbolos é relevante. Por exemplo IX é 9 (10 - 1), XC é 90 (100 - 10). A tabela de conversão acima é util e pode-se assumir que as únicas instâncias da ordem que encontramos são
IV (4), IX (9), XL (40), XC (90), CD (400) and CM (900)

A função input é útil aqui. O formato é

» str = input('Roman numeral: ','s')

disponibiliza um forma de obter a número romano no seu programa como uma string. É boa ideia começar pelo primeiro caso.

8. Escreva uma função que faça o inverso do problema anterior- converta um número decimal num número romano.

9. Calcule de grafique os percursos dum conjunto andarilhos aleatórios que estão confinados a um par de barreiras a +B unidades e -B unidades da origem (onde os andarilhos começam).

   Um percurso aleatório é calculado repetindo o cálculo

   $x_{j+1} = x_j + s$

   onde s é um número obtido duma distribuição normal normalizada (randn no MATLAB). Por exemplo, um percurso de N passos pode ser manipualdo pelo fragmento de código

```
x(1) = 0;
for j = 1:N
   x(j+1) = x(j) + randn(1,1);
end
```

   Há três possiveis formas das paredes actuarem :

   (a) Reflexão - neste caso, quando a nova posição ultrapassa as paredes, o andarilho é movido para trás a quantidade que excedeu a barreira, isto é

```
when xj+1 > B,
   xj+1 = B - |B - xj+1|

when xj+1 < (-B),
   xj+1 = (-B) + |(-B) - xj+1|
```

   Se desenhar os percursos não vai ver nenhuma posição que seja para além das barreiras.

   (b) Absorção - Neste caso se o andarilho excede ou atinge as posições das paredes, é absorvido ou morre e o percurso termina. Para este caso é de interesse calcular o tempo médio de vida dum andarilho (em número de passos).

(c) Absorção parcial - Caso de combinação dos dois anteriores. Neste caso qando o andarilho atinge as barreiras é reflectido com probabilidade p, sendo absorvido em caso contrário.

```
if rand < p
   reflect
else
   absorb
end
```

O que fazer com todos os percursos gerados? Podemos calcular estatísticas, naturalmente. Responder a questões como:

Qual é posição média dos andarilhos em função do tempo?

Qual é desvio padrão da posição média dos andarilhos em função do tempo?

Em que medida o carácter de absorção ou reflexão das paredes influencia estas estatísticas?

Para o caso de absorção/reflexão-parcial, um gráfico dos número dos andarilhos sobreviventes em função do tempo é útil e extremamente interessante.

10. Escreva uma função que calcule o produto cumulativo dos elementos num vector. O produto cumualtivo para j-ésimo elemento do vector x, x_j é definido por

    $p_j = (x_1)(x_2)...(x_j)$

    para j=1: comprimento do vector x. Crie 2 versões desta função:

    (a) Uma que use dois ciclos for para explicitamente para realizar os cálculos elemento a elemento. Um ciclo interior acumula o produto e um ciclo exterior que manipule os elementos do vector p.
    (b) Outra que use uma função built-in para substituir o loop interno.

    Em cada caso verifique os seus resultados com a função cumprod.

11. Repita o exercício anterior para criar uma função que calcule a soma cumulativa dos elementos de um vector. Os elementos da soma cumulativa são definidas por

    $s_j = x_1 + x_2 + ... + x_j$

    para j=1: comprimento do vector x.

    As funções pré-definidas a serem usadas são a sum e a cumsum.

12. Crie uma função que gere matrizes de números inteiros aleatórios entre a e b inclusivê. Use a seguinte linha de definição

    function A = randint(a,b,M,N)

    onde a e b define a gama de inteiros e M e N as dimensões da matriz.

    (a) Teste a sua função com o seguinte troço de código:

    ```
    x = randint(10,17,100000,1);
    hist(x,10:17)
    ```

    O histograma deve ser quase plano entre 10 e 17. Esteja particularmente atento aos pontos terminais da distribuição,

    (b) Teste a sua função com o seguinte troço de código:

```
x = randint(-30,5,100000,1);
hist(x,-30:5)

x = randint(-45,-35,100000,1);
hist(x,-45:-35)

x = randint(7,-2,100000,1);
hist(x,-2:7)
```

Considere que cada um desses usos é válido.

(c) Modifique o código para entradas em falta ou por defeito. Use o comportamento do rand para o ajudar a conceber o seu código. Por exemplo a função deve ser capza de devolver

- uma matriz 5x5 de inteiros entre 1 e 20: A = randint(1,20,5)
- um único inteiro entre 10 e 50: A = randint(10,50)
- uma matriz vazia se não forem disponibilizados os valores necessários

8 Créditos

Exercícios disponibilizados na Web por Jim Manerval (manerval@bucknell.edu)